2.Varijacije bez ponavljanja.- Neka je dat skup S od n različitih elemenata, S ={ $e_1, e_2, e_3 , \dots , e_k, \dots , e_{n-1}, e_n\}$.

Varijacija bez ponavljanja k-te klase (klase k) skupa S od n elemenata je svaka uredjena k-torka, sastavljena od k različitih elemenata skupa S, pri čemu je $1 \leq k \leq n$.

Recimo, varijacije k-te klase skupa S su : $(e_1, e_2, e_3, \dots , e_{k-1}, e_k)$, $(e_3 , e_1, e_2, \dots , e_k, e_{n-1})$, $(e_n, e_1, e_k, \dots , e_3, e_2)$, $itd.$

Ove uredjene k-torke sastavljene su od k različitih elemenata iz skupa S.U svakoj od njih ima po k različitih elemenata skupa S i oni su u svakoj od njih uredjeni,poredjani i nema ponavljanja elemenata-svaki element se pojavljuje po jednom u k-torci.

Kod varijacija bez ponavljanja (uredjenih k-torki),uredjenje,poredak elemenata je veoma bitan,tj. tačno se zna koji je element na prvom,drugom,trećem,...., k-tom mjestu u k-torci.

Broj Varijacija V klase k (bez ponavljanja) skupa od n elemenata ,označava se kraće sa : V_n^k . Važi formula :

$$V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \cdots \cdot (n-(k-1)) \text{ . ...(1)}$$

gdje je $1 \leq k \leq n.$

Dokaz formule (1) :

Polazni skup S ima n različitih elemenata.Od njh biramo k različitih u nekom poretku,formiramo uredjenu k-torku.

Prvi element u ovoj k-torci možemo izabrati na n načina,jer svaki od n elemenata moze da bude prvi u k-torci.

Izabrali smo prvi element.U skupu je ostalo (n-1) različitih elemenata.

Drugi element u k-torci biramo na n-1 načina,jer svaki od njih može da bude na poziciji 2. u k-torci.

Izabran je drugi element. U skupu je ostalo (n-2) različita elementa.

Treći element u k-torci biramo na n-2 načina,jer svaki od njih može da zauzme poziciju 3. u k-torci.

Itd,itd

k-ti (ka-ti) -zadnji element u k-torci može se izabrati na : n-(k-1)

načina.

Prema pravilu množenja ,imamo da je :

V_n^k = n(n-1)(n-2)(n-3) ... (n- (k-1)),što dokazuje formulu (1).

Važe i formule : $V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; $V_n^0 = 1$ . ...(2)

Primjer 1: Izračunati V_n^k , $ako\ je\ n = 7$, $k = 4$.

Rješenje : Koristi se formula (1) :

$V_n^k = V_7^4 = 7.(7-1).(7-2).(7-(4-1)) = 7.6.5.4 = 840$.

k= 4, pa u zadnjoj formuli imamo 4 činioca,a prvi od njih je n = 7.

Ako bi koristili prvu od formula (2), dobili bi da je :

$$V_n^k = V_7^4 = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7.6.5.4.3.2.1}{3!} = \frac{7.6.5.4.3.2.1}{3.2.1} = 7.6.5.4 = 840\ .$$

Primjer2 : $V_n^1 = n$; $V_2^1 = 2$, $V_3^1 = 3$, $V_4^1 = 4$, itd .

Primjer 3 : Odjeljenje od 25 učenika bira odjeljenjsko rukovodstvo ,ovim redom : predsjednika, njegovog zamjenika i sekretara odjeljenja.Na koliko načina se može formirati ovo rukovodstvo ?

Rješenje : 1) Od n = 25 učenika,

2) biramo ovim redom : predsjednika, zamjenika i sekretara .

Odredjujemo uredjene trojke oblika (p, z, s),redosljed(poredak) izbora je bitan;

Odredjujemo ovdje uredjene k-torke,k=3 ,oblika (p ,z , s).

Predsjednika možemo izabrati na 25 načina,jer imamo ukupno 25 učenika,a svaki od njih može biti predsjednik i zauzeti poziciju broj 1. u gornjoj uredjenoj trojci,tj.poziciju p-prvi element u trojci biramo na 25 načina.

Ovdje nema ponavljanja elemenata,jer je izabran predsjednik,pa za izbor zamjenika njega ne uzimamo u obzir.

Za izbor njegovog zamjenika imamo na raspolaganju : 25-1 = 24

učenika.

Zamjenika možemo izabrati od preostalih 24 učenika,na 24 načina,jer svaki od njih može se pojaviti na poziciju 2. u gornjoj uredjenoj trojci, tj.može zauzeti poziciju = z, u njoj.

Ostalo je još 23 učenika.

Sekretara odjeljenja možemo izabrati na 23 načina,jer svaki od ovih 23 može biti izabran za tu poziciju i biti na mjestu 3.,treći element =s

gornje uredjene trojke (p ,z , s).

Broj načina formiranja rukovodstva jednak je :

(broju načina izbora predsjednika) . (broj načina izbora zamjenika).

.(broj načina izbora sekretara) = 25.24.23 = 13800 .

Odjeljenjsko rukovodstvo = (p , z, s)-uredjena k-torka za k=3,uredje-na trojka različitih elemenata skupa od n=25 elemenata,učenika.

(p,z,s) =varijacija klase k=3 bez ponavljanja,skupa od n=25 elemenata (učenika).

Dakle,

Broj načina formiranja rukovodstva = V $\frac{k}{n} = V\frac{3}{25} = 25 \cdot (25-1) \cdot (25-(3-1)) = 25.24.(25-2) = 25.24.23$= 13800 . Ovdje je k=3, pa imamo 3 činioca,a prvi činilac je n=25.

Imamo ukupno 13800 uredjenih trojki oblika : (p,z,s), od n=25 učenika (elemenata skupa).

Zadaci za samostalan rad :

1. Dat je skup S ={ 1,2,3,4 } . Koliko se dvocifrenih brojeva sa različitim ciframa iz skupa S može formirati ?
2. Odrediti n iz jednačine :
   V$_n^2 = 6$, $uz\ uslov\ \ da\ je\ n \geq 2$.