

$$3. \int_1^e \frac{dx}{x} = \int_1^e \frac{1 \cdot dx}{x} = \int_1^e \frac{1}{x} \cdot dx .$$

Ovaj određeni integral rješavamo ovako :

Prvo, dredujemo odgovarajući neodređeni integral :

$$\int \frac{dx}{x} = \int \frac{1 \cdot dx}{x} = \int \frac{1}{x} \cdot dx = \ln|x| + C = F(x) + C. \text{ Ovdje je } F(x) = \ln|x|. \text{ (prethodni neodređeni integral je tablični)}$$

Dakle, određena je primitivna funkcija $F(x)$, $F(x) = \ln|x|$.

Njutn-Lajbnicova formula (osnovna formula određenog integrala) izgleda :

$$\int_a^b f(x) dx = F(x)|_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a). \quad (1)$$

Sada rješavamo polazni-dati određeni integral, koristeći posljednju formulu, označenu sa (1) :

$$\int_1^e \frac{dx}{x} = \ln|x||_{x=1}^{x=e} = \ln|e| - \ln|1| = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1. \quad (|e|=e, |1|=1, \ln|e| = \ln e = \log_e e = 1,$$

$$\ln|1| =$$

$= \ln 1 = \log_e 1 = 0$. Oznaka $\ln = \log_e = \text{logaritam čija je osnova broj } e$, $e \approx 2,71$.

Gore je interval $[a, b] = [1, e]$; $a=1$, $b=e$ su granice integracije kod određenog integrala, tj.

$1 \leq x \leq e$, prosto rečeno, x se kreće u granicama od $x=1$ do $x=e$.