ZARUBLJENA KUPA

1.Odrediti P prave kružne zarubljene kupe ako su poluprečnici njenih osnova 8 i 3 a visina 12.

Rešenje:

$r_1 = 8$

$r_2 = 3$

$H = 12$

$s^2 = H^2 + (r_1 - r_2)^2$

$s^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow s = 13$

$B_1 = r_1^2 \pi = 64\pi$

$B_2 = r_2^2 \pi = 9\pi$

$M = s(r_1 + r_2)\pi = 143\pi$

$P = B_1 + B_2 + M = 216\pi$

2.Odrediti V zarubljene kupe kojoj su poluprečnici osnova 7 i 4 a izvodnica 5.

Rešenje:

$r_1 = 7$

$r_2 = 4$

$s = 5$

$s^2 = H^2 + (r_1 - r_2)^2$

$25 = H^2 + 9 \Rightarrow H^2 = 16 \Rightarrow H = 4$

$B_1 = r_1^2 \pi = 49\pi$

$B_2 = r_2^2 \pi = 16\pi$

$$V = \frac{H\pi}{3}\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$$

$$V = \frac{4\pi}{3}(49 + 28 + 16)$$

$V = 124\pi$

3.Izračunati V zarubljene kupe ako su površine njenih osnova 25π i 4π a površina omotača 35π.

Rešenje:

$$B_1 = 25\pi \Rightarrow r_1^2\pi = 25\pi \Rightarrow r_1 = 5$$

$$B_2 = 4\pi \Rightarrow r_2^2\pi = 4\pi \Rightarrow r_2 = 2$$

$$M = 35\pi$$

$$35\pi = s(r_1 + r_2)\pi$$

$$35 = s \cdot 7 \Rightarrow s = 5$$

$$s^2 = H^2 + (r_1 - r_2)^2$$

$$25 = H^2 + 9 \Rightarrow H^2 = 16 \Rightarrow H = 4$$

$$V = \frac{H\pi}{3}\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$$

$$V = \frac{4\pi}{3}(25 + 10 + 4)$$

$$V = 52\pi$$

4.Površina zarubljene kupe je 616π,poluprečnici osnova se razlikuju za 6 a izvodnica je 10.Odrediti V.

Rešenje:

$$P = 616\pi$$

$$r_1 - r_2 = 6 \Rightarrow r_1 = r_2 + 6$$

$$s = 10$$

$$s^2 = H^2 + (r_1 - r_2)^2$$

$$100 = H^2 + 36 \Rightarrow H^2 = 64 \Rightarrow H = 8$$

$$P = B_1 + B_2 + M$$

$$616\pi = r_1^2\pi + r_2^2\pi + s(r_1 + r_2)\pi$$

$$616 = (6 + r_2)^2 + r_2^2 + 10\pi(r_2 + 6 + r_2)$$

$$36 + 12r_2 + r_2^2 + r_2^2 + 20r_2 + 60 = 616$$

$$2r_2^2 + 32r_2 - 520 = 0 \quad /:2$$

$$r_2^2 + 16r_2 - 260 = 0$$

$$r_2 = \frac{-16 \pm 36}{2}$$

$$r_2 = \frac{-16 + 36}{2} = 10$$

$$r_1 = r_2 + 6 = 16$$

$$V = \frac{H\pi}{3}\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$$

$$V = \frac{8\pi}{3}(256 + 160 + 100)$$

$$V = 1376\pi$$

5.Odrediti V zarubljene kupe ako je površina omotača jednaka zbiru površina osnova čiji su poluprečnici osnova 6 i 3.

Rešenje:

$$M = B_1 + B_2$$
$$r_1 = 6$$
$$r_2 = 3$$

$$M = B_1 + B_2$$
$$B_1 = 36\pi$$
$$B_2 = 9\pi$$
$$M = 45\pi$$
$$s(r_1 + r_2)\pi = 45\pi$$
$$9s = 45 \Rightarrow s = 5$$

$$s^2 = H^2 + (r_1 - r_2)^2$$
$$25 = H^2 + 9$$
$$H^2 = 16$$
$$H = 4$$

$$V = \frac{H\pi}{3}\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$$
$$V = \frac{4\pi}{3}(36 + 18 + 9)$$
$$V = 84\pi$$

6.Izvodnica prave zarubljene kupe je 5 a poluprečnici osnova su 5 i 2.U kupu je upisana pravilna zarubljen četvorostrana piramida.Naći zapreminu piramide.

Rešenje:

- tela imaju istui visinu i izvodnicu

$$s^2 = H^2 + (r_1 - r_2)^2$$
$$25 = H^2 + 9 \Rightarrow H^2 016 \Rightarrow H = 4$$

-donja baza piramide je upisana u donju bazu kupe odnosno poluprečnik donje osnove je poluprečnik opisane kružnice oko kvadrata stranice a:

$$r_1 = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$
$$5 = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}$$

-gornja baza piramide je upisana u gornju bazu kupe odnosno poluprečnik gornje osnove je poluprečnik opisane kružnice oko kvadrata stranice b:

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{b\sqrt{2}}{2}$$
$$2 = \frac{b\sqrt{2}}{2} \Rightarrow b = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$V_P = \frac{H}{3}\left(a^2 + ab + b^2\right)$$
$$V_P = \frac{4}{3}(50 + 20 + 8)$$
$$V_P = 104$$

8.Zapremina kofe je 10,5 litara.Prečnici osnova dna i otvora su 16 i 28.Odrediti dubinu kofe.

Rešenje:

Kofa je oblika zarubljenje kupe

$$V = 105l = 10{,}5dm^3 = 10500cm^3$$

$$2r_1 = 28 => r_1 = 14$$

$$2r_2 = 16 => r_2 = 8$$

$$V = \frac{H\pi}{3}\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$$

$$10500 = \frac{H\pi}{3}(196 + 112 + 64)$$

$$10500 = 124H\pi$$

$$H = \frac{10500}{124 \cdot 3{,}14} \approx 27cm$$

9.Poluprečnici osnova i izvodnica zarubljene kupe se odnose kao 1:2:5.U kom odnosu stoje površina omotača i površina cele kupe?

Rešenje:

$$r_1 : r_2 : s = 1 : 2 : 5$$

$$r = k$$

$$r_2 = 2k$$

$$s = 5k$$

$$M = s(r_1 + r_2)\pi = 15k^2\pi$$

$$B_1 = r_1^2\pi = k^2\pi$$

$$B_2 = r_2^2\pi = 4k^2\pi$$

$$P = B_1 + B_2 + M = 20k^2\pi$$

$$\frac{M}{P} = \frac{15k^2\pi}{20k^2\pi} = \frac{3}{4}$$